



Ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Superior

Teacher and student actions in Mathematical Modeling activities in Higher Education

**Caio Juvanelli¹ Marinez Meneghello Passos² Sergio de Mello Arruda³
Wellington Hermann⁴**

Submetido: 13/09/2024 Aprovado: 01/12/2024 Publicação: 16/12/2024

RESUMO

Os resultados apresentados neste artigo referem-se a uma pesquisa qualitativa, que teve o objetivo de descrever ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do Paraná. Os dados foram coletados no decorrer do ano letivo de 2021, durante aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática. As aulas foram gravadas, transcritas e interpretadas segundo os procedimentos indicados pela Análise de Conteúdo. Foi possível elencar categorias gerais de ações docentes: Perguntar(Doc) e Explicar(Doc), que são complementadas pelas subcategorias: PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5. Para as ações discentes foram evidenciadas as seguintes categorias: Perguntar(Dis) e Explicar(Dis), que são complementadas pelas subcategorias: PDIS1, PDIS2, PDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3. A análise dos dados revelou que a professora esteve em diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando os alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, elucidando termos, conceitos e direcionando-os para a resolução e validação dos resultados. Os discentes perguntaram, questionaram e indagaram, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias, e argumentarem com outros colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Ações docentes; Ações discentes; Ensino Remoto Emergencial; Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT

The results presented in this article refer to a qualitative research aimed at describing the actions of teachers and students in Mathematical Modeling activities carried out during remote classes in a Mathematics Teaching degree program at a state university in Paraná. The data were collected throughout the 2021 academic year during classes of a course on Mathematical Modeling from the Perspective of Mathematical Education. The classes were recorded, transcribed, and interpreted according to the procedures indicated by Content Analysis. It was possible to identify general categories of teacher actions: Ask(Teach) and Explain(Teach), which are further divided into subcategories: PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDOC4, and EDOC5. For student actions, the following categories were highlighted: Ask(Stu) and Explain(Stu), with the subcategories: PDIS1, PDIS2, PDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2, and EDIS3. Data analysis revealed that the teacher was in different moments of the class, asking, questioning, and inquiring the students throughout the activity's development, clarifying terms, concepts, and guiding them toward solving and validating results. The students asked, questioned, and inquired, in addition to describing their reasoning, articulating ideas, and arguing with other colleagues and the teacher during the activity's development.

Keywords: Teacher Actions; Student Actions; Emergency Remote Teaching; Mathematics Teaching Degree.

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor Temporário do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Paraná, Brasil. cjuvanelli@gmail.com.

² Doutora em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Professora sênior da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora colaboradora da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP). Paraná, Brasil. marinezpassos@uel.br

³ Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professor sênior da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professor visitante da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP). Paraná, Brasil. sergioarruda@uel.br.

⁴ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Professor adjunto da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), campus de Campo Mourão. Paraná, Brasil. citohermann@gmail.com.

1. Introdução

Analisar a ação⁵ docente e discente tem sido um dos campos de estudo de algumas investigações vinculadas ao Grupo de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática (EDUCIM)⁶.

O EDUCIM possui um programa de pesquisa que busca compreender a ação docente, a ação discente, suas relações e conexões em sala de aula e fora dela. Um exemplo de investigação vinculada a este programa é a de Dias (2018), que pesquisou as ações realizadas por professores e alunos em aulas de Matemática e suas possíveis conexões.

Nas aulas analisadas por Dias (2018), os professores que ensinavam Matemática faziam uso de tendências em Educação Matemática, entre elas: Jogos e Materiais Manipuláveis. A autora chamou a atenção para a necessidade de ampliar e aprofundar a compreensão do conceito de ação e em suas conclusões ela apresentou perspectivas futuras para pesquisas que viessem a explorar as ações docentes e discentes em aulas de Matemática. Entre suas indicações estavam analisar aulas em que os planejamentos docentes considerassem outras tendências em Educação Matemática, por exemplo, a Modelagem Matemática.

Diante dessa lacuna evidenciada por Dias (2018), apresentamos neste artigo os resultados de uma pesquisa que descreveu as ações docentes e discentes em aulas remotas da disciplina de Modelagem Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do Paraná. Seguindo os mesmos procedimentos metodológicos e analíticos indicados por Dias (2018), contudo com outros participantes, que naquela ocasião eram professores que ensinavam Matemática para alunos do Ensino Fundamental e as aulas ocorreram presencialmente.

Tendo como objetivo geral descrever as ações docentes e as ações discentes em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Superior, elaboramos a seguinte questão de pesquisa: quais categorias podem descrever as ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática durante aulas remotas em um curso de Licenciatura em Matemática?

Apresentamos, a seguir, algumas informações relativas à fundamentação teórica da pesquisa, organizada em duas seções: uma em que trazemos esclarecimentos sobre o que assumimos por ação docente e ação discente e outra em que nos posicionamos a respeito da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Na sequência, tratamos dos procedimentos metodológicos da investigação, descrevendo sobre a constituição dos dados, o contexto e os participantes da pesquisa, as análises e as categorias de ações docentes e ações discentes identificadas. Por fim, expomos nossas considerações finais.

⁵ Para esta investigação adotamos a definição de ação apresentada por Dias (2018), como sendo o “ato de um agente”.

⁶ Grupo de pesquisa vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (PECEM/UEL). Mais informações em: <http://educim.com.br/>

2. Ações docentes e discentes: alguns esclarecimentos

O Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas Conexões (PROAÇÃO), que “investiga as ações de professores e estudantes por observação direta em sala de aula” (Arruda; Passos; Broietti, 2021, p. 216) possui duas questões gerais de pesquisa:

- a) Quais ações docentes e discentes são observadas em aulas de Ciências e Matemática no ensino básico e superior, como podem ser interpretadas e de quais formas elas se conectam entre si? b) Que implicações para o ensino, a aprendizagem e a formação de professores podem ser extraídas dos resultados encontrados? (Arruda; Passos; Broietti, 2021, p. 216).

Para auxiliar na elaboração de respostas para tais questões, Arruda, Passos e Broietti (2021) apresentam algumas opções teóricas para pesquisas inseridas no PROAÇÃO. Dentre elas, destacamos Schön (1997), Tardif (2002) e Tardif e Lessard (2008).

Schön (1997) chama a atenção sobre a questão da ação, afirmando a necessidade de “checar o que os professores fazem na observação direta e registrada, que permita uma descrição detalhada do comportamento e uma reconstrução da intenção, estratégias e pressupostos” (Schön, 1997, p. 90). Para Tardif e Lessard (2008), o trabalho docente deve ser analisado descrevendo as atividades, sejam elas materiais ou simbólicas, realizadas nos locais em que o trabalho docente ocorre.

Há em Tardif e Lessard (2008) uma crítica em considerar o trabalho docente apenas em visões moralizantes e normativas, e ao interesse *a priori* pelo que os professores deveriam ou não fazer, desconsiderando o que de fato fazem. Ou seja, para analisar o trabalho docente não se deve restringir ao estudo de quadros globais e generalizados, é preciso ir além, olhando para o que de fato ocorre em sala de aula.

Para melhor detalhar e apresentar um exemplo de pesquisa do PROAÇÃO, destacamos a de Dias (2018), que inspirou a realização desta investigação, cujos resultados explicitamos neste momento. Dias (2018) dedicou-se a analisar aulas em que o professor optou por planejá-las e ministrá-las usando uma tendência/perspectiva da Educação Matemática, mais especificamente, o uso de Jogos e o uso de Materiais Manipuláveis. A autora inferiu que as ações docentes e discentes podem modificar e se diversificar com o uso de uma metodologia alternativa das aulas expositivas.

Em Dias (2022), observa-se um avanço em relação ao que a mesma autora traz em Dias (2018). Na ocasião mais recente ela buscou caracterizar as ações docentes e discentes sob uma perspectiva referente ao campo da formação de professores, em aulas de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, analisando aulas em que os professores optaram por utilizar uma

perspectiva/tendência em Educação Matemática, mais especificamente a Investigação Matemática e Tecnologias Digitais.

Além de reforçar que as ações docentes e discentes podem se modificar e se diversificar com o uso de uma metodologia alternativa às aulas expositivas, Dias (2022) fez apontamentos que também foram considerados para esta pesquisa: a não intencionalidade de viabilizar modelos a serem seguidos por professores e alunos; e não julgar ou afirmar que todos os professores e alunos adéquam-se às categorias elencadas.

Dias (2018; 2022) sugere que sejam investigadas aulas que abordem outras tendências/perspectivas da Educação Matemática, o que nos inspirou para a realização desta investigação, procurando descrever as ações docentes e discentes em aulas remotas de Modelagem Matemática. A completude das informações a respeito da pesquisa que realizamos pode ser acessada em Juvanelli (2023).

A seguir continuamos a expor nossa base teórica, discorrendo a respeito da Modelagem Matemática, que é uma tendência da Educação Matemática.

3. Modelagem Matemática: alguns destaques

A Modelagem Matemática é uma temática de ênfase e destaque na área da Educação Matemática. Ela surgiu na perspectiva de aplicar a Matemática para modelar fenômenos da realidade, na área da Matemática Aplicada, e com o decorrer dos anos passou a ser empregada como uma maneira de proporcionar aprendizado matemático (Hermann; Juvanelli; Coqueiro, 2020; Biembengut, 2009; Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

No desenvolvimento da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática e sua consolidação em eventos, em disciplinas de cursos de graduação e pós-graduação, pesquisas e produções de teses e dissertações (Hermann; Juvanelli; Coqueiro, 2020; Biembengut, 2009), concepções de Modelagem Matemática foram elaboradas e disseminadas. Destacamos as concepções de Modelagem Matemática de relevantes professores e pesquisadores da temática na área da Educação Matemática: Burak (1998; 2004), Biembengut (1990; 2004) e Barbosa (2001; 2004).

Burak (1998; 2004) descreve a Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos contextualizados para dar significado aos conteúdos matemáticos e propõe etapas para que o trabalho com Modelagem Matemática seja desenvolvido com a interação entre professor, aluno e ambiente, em que o professor deve mediar, o aluno deve investigar e o ambiente é a fonte da pesquisa. As etapas propostas por Burak (1998; 2004) em sua concepção de Modelagem Matemática são: a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento dos

problemas, a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e a análise crítica das soluções.

A *escolha do tema* é a etapa em que o professor apresenta assuntos ou que os próprios alunos os sugerem para serem escolhidos. Tais assuntos que irão conduzir ao ‘tema’ podem ser variados e não há necessidade de uma relação imediata com a Matemática. Nessa etapa o professor já deve atuar como mediador.

A *pesquisa exploratória* é a etapa em que os alunos são encaminhados a buscarem subsídios teóricos que contenham noções prévias do que se pretende desenvolver. A procura desse material pode ser tanto bibliográfica ou em um trabalho de campo.

O *levantamento dos problemas* é a etapa em que os alunos são incentivados a estabelecerem relações entre os materiais selecionados na pesquisa e a Matemática, que lhes permitam o vislumbre de aprender ou aplicar conceitos matemáticos, tendo o professor como mediador no processo.

A *resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema* é a etapa para responder aos problemas que foram levantados com o auxílio de conceitos matemáticos, os quais podem ser ensinados para atender às necessidades que emergirem no decorrer do processo.

A *análise crítica das soluções* é a etapa para viabilizar, não apenas matematicamente, as soluções apresentadas da situação em estudo de maneira crítica e refletir sobre os resultados obtidos, podendo contribuir para formação dos estudantes como cidadãos participativos e críticos.

Os encaminhamentos dados por Burak (1998; 2004), em sua concepção de Modelagem Matemática, tendem para um ensino contextualizado, em que as situações e problemas que emergem da coleta de dados devem direcionar quais e como serão abordados os conceitos matemáticos, sem a necessidade de ensiná-los previamente.

Biembengut (1990) apresenta sua concepção de Modelagem Matemática como o processo que interliga a Matemática e a realidade na obtenção de um modelo. A autora indica as seguintes etapas para serem desempenhadas com a Modelagem Matemática: a *inteiração*, a *matematização* e o modelo matemático.

A *inteiração* é a etapa em que uma pesquisa é desenvolvida, seja em livros e revistas ou em campo com dados empíricos, e ocorre o reconhecimento da situação-problema junto à familiarização do assunto.

A *matematização* é a etapa em que se “traduz” a situação-problema da linguagem natural para a linguagem matemática, identificando e selecionando variáveis para descrever relações em termos matemáticos. Diante disso, elabora-se um problema matemático que deve ser analisado e resolvido, buscando aproximações com os conceitos conhecidos pelos estudantes ou pelo seu

“ferramental matemático” disponível.

O *modelo matemático* ocorre na verificação do nível de proximidade em que possui com a situação-problema representada com os dados obtidos nas etapas anteriores e por meio da validação do modelo e interpretação da solução.

No que diz respeito ao ensino de Matemática, a autora defende a Modelagem Matemática como “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente” (Biembengut, 2004, p. 36).

Barbosa (2001) apresenta a concepção de que a Modelagem Matemática trata-se de um ambiente de aprendizagem, em que se busca oportunizar momentos de reflexão a respeito de situações da realidade por meio da Matemática e refletir sobre “os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea” (Barbosa, 2001, p. 4). Esse ambiente está associado à investigação e à problematização, que se articulam no desenvolvimento e no envolvimento dos alunos na atividade proposta e na busca por selecionar, organizar e manipular informações e refletir sobre uma determinada situação e/ou tema.

Barbosa (2004) sinaliza que na literatura estão presentes algumas experiências com Modelagem Matemática, as quais possuem variações na extensão das tarefas que cabem ao professor e ao aluno. Com base nisso, ele apresenta diferentes maneiras de se trabalhar com a Modelagem Matemática, que denomina como caso 1, caso 2 e caso 3.

No *caso 1* de Barbosa (2004), um problema é apresentado pelo professor de antemão aos alunos, juntamente com os dados devidamente coletados, cabendo aos alunos a tarefa de investigar sem a necessidade de coletar novas informações.

No *caso 2*, o problema também é apresentado pelo professor, porém cabe aos alunos a tarefa de coletar dados para o desenvolvimento da atividade. Nele, os estudantes passam a ter maior responsabilidade sobre a condução do trabalho.

No *caso 3*, têm-se projetos sugestionados a partir de temas que não são necessariamente matemáticos, escolhidos pelo professor e/ou os alunos, cabendo aos estudantes formularem problemas, coletar dados e a resolução, tendo o professor como mediador.

Barbosa (2004) ressalta que a variação dos casos destaca o compartilhamento da responsabilidade entre o professor e os alunos sobre a condução e os processos inerentes da atividade de Modelagem Matemática proposta. Outro destaque é que a concepção de Modelagem Matemática (para esse autor,) possui uma corrente denominada sociocrítica, na qual existe a possibilidade de questionar a realidade vivida por meio de atividades de Modelagem Matemática e potencializar a reflexão sobre a Matemática e seu significado social (Barbosa, 2001).

A seguir, apresentamos nossos procedimentos metodológicos.

4. Procedimentos metodológicos

O objetivo geral desta pesquisa foi descrever ações docentes e ações discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática. Para atingir tal objetivo, empregamos os procedimentos da Análise de Conteúdo de Bardin (2016), método bastante utilizado para análises em pesquisas qualitativas.

De acordo com Bardin (2016), a Análise de Conteúdo organiza-se em torno de três polos cronológicos: a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Na *pré-análise* são desenvolvidas atividades que permitem uma organização e exploração sistemática inicial dos documentos que serão analisados com mais profundidade posteriormente (Bardin, 2016). Essas atividades são denominadas como: a leitura flutuante; a escolha dos documentos; a formulação das hipóteses e dos objetivos; a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores; a preparação do material.

A *leitura flutuante* é uma atividade que “consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar e conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações” (Bardin, 2016, p. 124). Esse processo permite que a leitura se torne pouco a pouco mais precisa, devido às hipóteses emergentes e à adoção de teorias sobre o material. No caso dessa pesquisa, a leitura flutuante foi empregada nas transcrições das gravações das aulas de Modelagem Matemática, o que nos permitiu estabelecer qual parte de todo esse material seria de fato escolhida para análise.

Segundo Bardin (2016), a *escolha de documentos* pode tanto ser determinada *a priori*, quanto pode ocorrer a partir de um objetivo ou problema predeterminado, tornando conveniente escolher documentos suscetíveis para o fornecimento de informações a respeito do que foi levantado. Nesta pesquisa, os documentos selecionados para constituir o *corpus*⁷ da investigação foram transcrições das gravações das aulas remotas de uma disciplina de Modelagem Matemática.

O movimento seguinte é a *formulação de hipóteses e dos objetivos*. Segundo Bardin (2016, p. 126), a hipótese é uma “afirmação provisória que nos propomos verificar (confirmar ou infirmar), recorrendo aos procedimentos de análise” e o objetivo é a “finalidade geral a que nos propomos (ou que é fornecida por uma instância exterior), o quadro teórico e/ou pragmático, no qual os resultados obtidos serão utilizados” (Bardin, 2016, p. 126).

A *referenciação dos índices e a elaboração de indicadores* tratam da organização sistemática dos

⁷ “O *corpus* é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (Bardin, 2016, p. 124).

documentos com base nas hipóteses, que auxilia na menção explícita de um determinado tema que, potencialmente, esteja destacado no *corpus* (Bardin, 2016). Isso possibilita que o pesquisador apresente elementos que podem aparecer com maior frequência e busque entender, nas análises, a razão por trás disso. No caso de nossa investigação, elaboramos indicadores a partir das ações docentes e discentes que se repetem no decorrer das aulas remotas, analisando-as com maior profundidade posteriormente.

A *preparação do material* trata-se de organizar todo material reunido para ser analisado de maneira formal (Bardin, 2016). É possível enumerar elementos do *corpus* e agrupar materiais semelhantes, o que pode facilitar o processo analítico. Nesse sentido, realizamos a seguinte organização: todas as aulas gravadas foram baixadas e salvas em uma pasta específica para elas; as aulas escolhidas foram transcritas e salvas em um arquivo diferente salvo no formato Word.doc; os nomes dos arquivos foram relacionados pela data. Por exemplo, na gravação em que o arquivo foi salvo com o nome “Aula de Modelagem do dia 09-04-2021”, sua transcrição foi salva com o nome “Transcrição da aula de Modelagem do dia 09-04-2021”. Além disso, todo esse material foi armazenado em uma plataforma *on-line* de armazenamento de dados, para garantir melhor segurança para a pesquisa.

Na *exploração do material* são empenhadas as tarefas de codificar, enumerar, decompor e categorizar seguindo critérios e regras formuladas, que explicitamos na próxima seção, em que alocamos detalhes sobre os resultados e o processo interpretativo.

No *tratamento dos resultados obtidos e interpretação* é finalmente possível apresentar considerações a respeito do material coletado na investigação que foi desenvolvida as conclusões a que chegamos.

A seguir apresentamos como constituímos os dados e o contexto da nossa investigação.

5. Apresentação da análise dos dados

Como indicado anteriormente, os dados foram coletados no ano letivo de 2021, durante as aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do Paraná. A disciplina em questão, fazia parte da grade curricular do quarto ano do curso e contou com o total de 5 alunos e a professora regente.

Devido ao cenário pandêmico que teve início no ano de 2020 e estendeu-se para 2021, o curso passou a funcionar na forma de Ensino Remoto Emergencial (ERE)⁸ e as aulas dessa disciplina ocorreram em duas modalidades diferentes durante o ano: síncronas (12 aulas) e

⁸ O ERE foi instaurado para suprir necessidades educacionais durante a Pandemia da Covid-19 e autorizado pela Portaria n. 343/2020, que decretou a substituição de aulas presenciais por aulas ministradas, utilizando outros meios de comunicação com o intuito de ajudar no controle da disseminação do vírus.

assíncronas (7 aulas). Nas aulas síncronas, a professora utilizou a plataforma *Google Meet* para se reunir com alunos e nas aulas assíncronas, utilizou ferramentas como *e-mail*, *WhatsApp* e o *Google Sala de Aula*, por onde ela também postava atividades, textos e tarefas para os alunos.

As aulas síncronas foram gravadas com a autorização dos participantes da pesquisa e mediante a garantia de anonimato em quaisquer divulgações da pesquisa.

No Quadro 1, organizamos as 19 aulas (primeira coluna) de acordo com sua modalidade síncrona ou assíncrona (segunda coluna), a data da aula (terceira coluna) e o tipo da aula (quarta coluna). No caso das aulas síncronas, está entre parênteses o tempo de duração da aula, as datas são referentes aos dias síncronos ou aos dias que as atividades assíncronas seriam consideradas. Já o tipo de aula foi organizado como teórica⁹, tarefa¹⁰, discussão de tarefa desenvolvida fora da aula¹¹ e prática durante a aula¹².

Quadro 1: Informações sobre as aulas.

Aulas	Modalidades	Datas	Tipos
Aula 1	Síncrona (63min)	09/04/2022	Teórica
Aula 2	Assíncrona	16/04/2022	Tarefa
Aula 3	Assíncrona	23/04/2022	Tarefa
Aula 4	Assíncrona	30/04/2022	Tarefa
Aula 5	Síncrona (62min)	07/05/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 6	Assíncrona	14/05/2022	Tarefa
Aula 7	Síncrona (67min)	21/05/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 8	Assíncrona	28/05/2022	Tarefa
Aula 9	Síncrona (66min)	11/06/2022	Teórica
Aula 10	Assíncrona	09/07/2022	Tarefa
Aula 11	Síncrona (57min)	23/07/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 12	Síncrona (83min)	06/08/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 13	Síncrona (65min)	20/08/2022	Teórica
Aula 14	Síncrona (72min)	10/09/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 15	Síncrona (57min)	24/09/2022	Discussão de atividade desenvolvida fora da aula
Aula 16	Síncrona (54min)	08/10/2022	Prática durante a aula
Aula 17	Assíncrona	22/10/2022	Tarefa
Aula 18	Síncrona (70min)	12/11/2022	Teórica
Aula 19	Síncrona (62min)	03/12/2022	Prática durante a aula

Fonte: os autores

Para atingir nosso objetivo escolhemos a Aula 16 e a Aula 19, pois foram as únicas em

⁹ Aulas que o objetivo era discutir textos e teorias sobre Modelagem Matemática.

¹⁰ Tarefas que eram solicitadas para contabilizar aulas dos momentos assíncronos, que envolviam leituras de textos, elaboração de resenhas e responder a questionários.

¹¹ Aulas de discussão sobre as tarefas solicitadas para serem feitas nos momentos assíncronos.

¹² Desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática pelos alunos, durante a aula na modalidade síncrona.

que de fato ocorreu o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Tais aulas foram organizadas em diferentes momentos, para eles elencaram-se categorias e subcategorias que descrevessem as ações docentes e discentes. Na próxima seção registramos este processo com detalhes e para coletar, organizar e analisar os dados realizou-se as seguintes tarefas: observar todas as aulas síncronas realizadas via *Google Meet*; arquivar as gravações das aulas síncronas; eleger as aulas a serem analisadas; transcrever¹³ as falas das aulas eleitas.

6. As atividades e os momentos das aulas 16 e 19

Na Aula 16, a professora propôs uma atividade de Modelagem Matemática para ser desenvolvida pelos alunos que foi intitulada como “De que tamanho vai ficar?” e consistia em realizar uma projeção da medida (em nanômetros) que um componente eletrônico, chamado de transistor, teria no ano de 2022.

A professora apresentou um quadro com medidas que alguns modelos de transistores tinham entre os anos de 1971 e 2016, e fez uma breve contextualização sobre esse componente e sua utilização. Após ter introduzido o tema, a professora lançou a seguinte pergunta: tendo em vista a diminuição do tamanho dos transistores observada no decorrer dos anos, qual pode ser o tamanho do transistor no ano de 2022 se considerarmos a tabela como referência de progressão?

A partir da pergunta, os alunos começaram a discutir e desenvolver atividades na tentativa de respondê-la. A professora continuou na aula, porém como observadora, e sinalizou que estaria disponível para atendê-los caso precisassem.

Na Aula 19, a atividade de Modelagem Matemática foi intitulada como “Tem calça de que tamanho?”, e consistia em elaborar um modelo para determinar qual seria o tamanho da calça de uma mulher, dado o tamanho do seu quadril.

A professora iniciou levantando a seguinte pergunta: “O que é levado em consideração para a confecção de uma calça para que as pessoas possam comprá-la mediante a um número?” e, após a problematização inicial lançou a seguinte questão a ser respondida: “Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número da sua calça jeans?”. A professora não projetou nenhum enunciado para os alunos, apenas verbalizou as perguntas.

Foi possível organizar as aulas 16 e 19 em cinco momentos diferentes: i, ii, iii, iv e v. O momento i refere-se às considerações iniciais da aula e cumprimentos; o momento ii à introdução e explicação por parte da professora, sobre atividade a ser desenvolvida pela turma durante a aula; o momento iii ao desenvolvimento da atividade pelos estudantes após a problemática inicial feita

¹³ Esclarecemos que foi possível visualizar os estudantes ou a docente apenas quando eles falavam algo captado por seus microfones, isto é, existiu a limitação de observar todos ao mesmo tempo.

pela professora; o momento iv refere-se às considerações finais sobre a atividade desenvolvida em que são apresentados e discutidos aspectos do processo de resolução; e o momento v à finalização da aula e despedidas.

No Quadro 2 tem-se o tempo decorrido para cada momento da Aula 16 e 19.

Quadro 2: Distribuição do tempo por momentos das aulas 16 e 19.

Momentos	Tempo na Aula 16	Tempo na Aula 19
i	20s	31s
ii	8min	7min
iii	30min	29min
iv	14min	8min
v	40s	8min
Total	54min	62min

Fonte: os autores

Os momentos i e v, são referentes aos cumprimentos iniciais e finais da aula, respectivamente. Na Aula 16 o momento i durou 20 segundos e na Aula 19, 31 segundos. Já o momento v durou 40 segundos na Aula 16 e 8 minutos na Aula 19. O momento v da Aula 19 foi mais longo, pois nele ocorreram as despedidas que acabaram por se estender com os agradecimentos e as narrativas sobre o futuro dos alunos como professores, por estarem concluindo a graduação.

Os momentos ii, iii e iv são referentes ao desenvolvimento da atividade. A proposição da tarefa e explicação dos elementos necessários para sua realização foi feita exclusivamente pela professora no momento ii, que levou 8 minutos da Aula 16 e 7 minutos da Aula 19. Já o desenvolvimento da atividade, que contou com discussões e trabalho em grupo entre os cinco alunos matriculados na disciplina e que estavam presentes (A1, A2, A3, A4 e A5), aconteceu no momento iii, que durou 30 minutos da Aula 16 e 29 minutos da Aula 19, sendo o de maior tempo entre os demais. As considerações finais a respeito da atividade desenvolvida, das discussões e do trabalho em grupo, foram feitas no momento iv, que teve duração de 14 minutos da Aula 16 e 8 minutos da Aula 19.

Em todos os momentos descritos da Aula 16 e da Aula 19, foi possível categorizar ações docentes e ações discentes, e elencar subcategorias para essas ações. Como nosso foco está nas ações pertinentes à resolução e ao desenvolvimento da atividade, faz sentido que nossas categorias sejam referentes, exclusivamente, aos momentos ii, iii e iv de ambas as aulas.

A seguir apresentamos as categorias e subcategorias das ações docentes e discentes que encontramos.

7. Categorias de ações docentes e discentes das aulas 16 e 19

No que diz respeito às ações docentes, elencamos as seguintes categorias gerais na Aula 16 e na Aula 19: Perguntar(Doc) e Explicar(Doc), que estão apresentadas no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3: Categorias de ações docentes.

Categorias das ações docentes	Descrições
Perguntar(Doc)	Perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas aos estudantes no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade.
Explicar(Doc)	Descrever o tema da aula e da atividade; elucidar termos, processos e/ou conceitos.

Fonte: os autores.

A categoria Perguntar(Doc) refere-se a perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas aos estudantes no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade. As perguntas pontuais exigiam respostas: “sim” ou “não”, como quando a professora perguntava sobre algo que havia explicado e se estavam ouvindo. Quanto ao desenvolvimento da atividade, as perguntas feitas pela professora tinham um tom de indagação e questionamento, que serviam para provocar os alunos a refletirem a respeito das tarefas que estavam empenhando. Ela os questionou a respeito da maneira com que eles utilizaram os dados referentes ao tamanho dos transistores para os auxiliarem a elaborar suas projeções, questionou-os sobre a validação de uma função racional e sobre como o intervalo de tempo poderia estar vinculado à situação, além de questionar a respeito de outras maneiras de resolução, e como aquela atividade caracterizava-se como sendo de Modelagem Matemática.

A categoria Explicar(Doc) é referente às falas da professora, utilizadas para descrever o tema da aula e da atividade, elucidar termos, processos e/ou conceitos. Tais falas perpassam os diferentes momentos da aula. A professora explicou o tema da atividade, como ela desejava que os alunos a desenvolvessem e o que era um transistor (objeto de estudo da atividade da Aula 16). Além disso, a professora realizou outras explicações pontuais no decorrer da aula: definindo uma função racional, quando os alunos estavam elaborando gráficos para tentar representar o tamanho do transistor; explicando o conceito de assíntota vertical e horizontal em gráfico de funções; destacando seu ponto de vista sobre como as tecnologias irão se desenvolver no decorrer dos anos; explicitando como a atividade caracteriza-se como sendo de Modelagem Matemática; e indicando o que os alunos poderiam fazer para além daquela aula.

No que diz respeito às ações discentes, elencamos as seguintes categorias gerais na Aula 16 e na Aula 19: Perguntar(Dis) e Explicar(Dis), que estão apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4: Categorias de ações discentes.

Categorias das ações discentes	Descrições
Perguntar(Dis)	Perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas à professora ou aos demais colegas no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade.
Explicar(Dis)	Descrever seu raciocínio, articulando ideias e argumentando com outros colegas e/ou a professora no desenvolvimento da atividade.

Fonte: os autores

A categoria Perguntar(Dis) trata de perguntas, questionamentos e/ou indagações direcionadas à professora ou aos demais colegas no decorrer da aula e no desenvolvimento da atividade. Desde o início do momento iii, em que eles estavam decidindo por usar o *software* GeoGebra, questionamentos que emergiram para a decisão de como usar os dados da tabela que continha as medidas do tamanho dos transistores e perguntas para confirmar se todos estavam sempre de acordo e compreendendo o que havia sido exposto em uma tela compartilhada. As perguntas realizadas pelos alunos ocorreram no diálogo estabelecido entre eles na realização da tarefa.

A categoria Explicar(Dis), diz respeito ao discente descrever seu raciocínio, articulando ideias e argumentando com outros colegas e/ou a professora no desenvolvimento da atividade, porém, ao contrário da professora, eles não explicaram o conteúdo da aula em si, eles explicaram sobre o seu conhecimento e ponto de vista. Em alguns momentos as discussões exigiam que determinado aluno explicasse ao outro como utilizar certa ferramenta no GeoGebra, explicasse sobre como aquele tipo de função poderia ser mais adequado para representar a tendência de decréscimo na medida dos transistores, o que acabou por envolver tentativas de explicações de conceitos matemáticos e de como utilizar as variáveis a favor da tarefa.

Tanto as categorias de ação docente quanto as discentes possuem subcategorias que as complementam nos diferentes momentos (ii, iii e iv) da Aula 16 e da Aula 19. O Quadro 5, a seguir, apresenta todas as categorias e subcategorias das ações docentes e discentes nos momentos das aulas que foram analisados.

Quadro 5: Categorias e subcategorias das ações por momentos das aulas.

Categorias de ações		Subcategorias	Momentos das aulas 16 e 19
Docente	Perguntar(Doc)	PDOC1: Perguntar enunciando e contextualizando a atividade.	ii
		PDOC2: Perguntar instigando modos de resolver.	
		PDOC3: Perguntar, provocativamente, aos alunos durante a resolução da atividade.	iii
		PDOC4: Perguntas conclusivas e de validação ao final da resolução da atividade.	iv
	Explicar(Doc)	EDOC1: Explicar para contextualizar o	ii

		tema.	
		EDOC2: Explicar para direcionar o início da atividade.	
		EDOC3: Explicar algo referente ao tema durante a resolução da atividade.	
		EDOC4: Explicar algo referente a algum conteúdo matemático específico durante a resolução da atividade.	iii
		EDOC5: Explicações e comentários conclusivos sobre a atividade desenvolvida.	iv
Discente	Perguntar(Dis)	PDIS1: Perguntar, complementando a explicação da docente na apresentação do tema da atividade.	ii
		PDIS2: Perguntar de discente para discente como resolver a atividade, tomar decisão e/ou direcionamento.	iii
		PDIS3: Perguntar para professora algo que posso contribuir na resolução da atividade.	
		PDIS4: Perguntas realizadas no momento de finalização da e sobre a atividade.	iv
	Explicar(Dis)	EDIS1: Explicar a respeito de algum conhecimento que os alunos possuem sobre o tema no momento da apresentação da docente.	ii
		EDIS2: Quando um discente tenta explicar aos colegas um raciocínio para contribuir com a resolução da atividade.	iii
		EDIS3: Quando um discente explica a resolução e/ou a conclusão da atividade.	iv

Fonte: os autores

Observamos do nosso referencial teórico que existem algumas ações prescritas e direcionadas ao professor e/ou o aluno, para potencialmente serem feitas em atividades de Modelagem Matemática.

De maneira geral, interpretamos que as concepções de Modelagem Matemática prescrevem, mesmo que implicitamente, as seguintes ações inerentes ao professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: mediar o conhecimento matemático e os alunos; pesquisar, quando a abordagem escolhida for a de apresentar uma situação-problema sem consultar os alunos, como no caso 1 de Barbosa (2004); questionar, perguntar e/ou indagar, o que pode ocorrer nos processos de validação dos modelos nas próprias mediações, ao passo que o diálogo é construído no decorrer das atividades; explicar conceitos matemáticos e/ou aspectos referentes ao tema ou situação-problema a ser investigada.

Essas ações docentes podem ser identificadas em nossas categorias de ação Perguntar(Doc) e Explicar(Doc) com as subcategorias PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5, pois, como os dados revelam, a professora esteve

nos diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando aos alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, além de ter proferido explicações sobre os temas desenvolvidos, elucidado termos, conceitos e os direcionado para a resolução e validação dos resultados.

Com relação aos alunos, interpretamos que as concepções prescrevem, implicitamente, as seguintes ações no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: pesquisar, quando a atividade exige uma coleta de dados ou quando é necessário buscar por novas informações; perguntar, o que de praxe o aluno faz em qualquer um dos momentos da atividade e em diferentes níveis; explicar suas conclusões e maneiras de resolução nos processos que exigem validação de modelos e resultados.

Essas ações discentes podem ser identificadas em nossas categorias de ação Perguntar(Dis) e Explicar(Dis) com as subcategorias PDIS1, PDIS2, PEDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3, pois, como revelam os dados, os discentes realizaram perguntas, questionamentos e indagações, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias e argumentando com outros colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Essas ações descritas nos parágrafos anteriores são insuficientes para descrever os mais diversos cenários em que uma atividade de Modelagem Matemática pode ser desenvolvida. Elas estão elencadas a partir de um olhar para o que seria o “macro” das ações e que, dependendo do contexto, serão complementadas com as mais diversas ações e microações de professores e alunos em um ambiente em que esteja sendo desenvolvida uma atividade Modelagem Matemática a depender do que ela exigir.

Porém, como o foco desta pesquisa foi analisar ações docentes e discentes em aulas planejadas segundo o que indica a Modelagem Matemática, é pertinente ter elucidado como consideramos, elencamos e categorizamos ações nesse contexto.

Além disso, cabe destacar que as aulas ocorreram de maneira remota. Esse pode ter sido o principal motivo para que em ambas as aulas os alunos tenham seguido um “roteiro” na resolução das atividades. A realidade do Ensino Remoto Emergencial pode ter dificultado a possibilidade de emergirem novas categorias de ação, mesmo com a diferença no tema das atividades. A dinâmica das aulas se assemelha nos atos da docente e dos discentes frente às tarefas. Perguntar (seja questionando ou indagando), e explicar (seja descrevendo ou argumentando). As variações ocorreram unicamente pelo fato de não ser a mesma atividade em ambas as aulas.

Por fim, expomos as conclusões a que chegamos diante do que investigamos.

8. Considerações finais

O objetivo desta pesquisa foi descrever ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática, realizadas durante aulas remotas de um curso de Licenciatura em Matemática, e a questão norteadora da investigação foi: quais categorias podem descrever as ações docentes e discentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, durante aulas remotas, em curso de Licenciatura em Matemática?

Os dados dessa pesquisa foram coletados no decorrer do ano letivo de 2021, durante aulas de uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática, de um curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade estadual do Paraná.

Nos momentos ii, iii e iv, conseguimos elencar as seguintes categorias gerais de ação docente: Perguntar(Doc) e Explicar(Doc), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDOC1, PDOC2, PDOC3, PDOC4, EDOC1, EDOC2, EDOC3, EDO4 e EDOC5).

No que diz respeito aos discentes, conseguimos elencar as seguintes categorias gerais de ação: Perguntar(Dis) e Explicar(Dis), que são complementadas por um conjunto de subcategorias (PDIS1, PDIS2, PEDIS3, PDIS4, EDIS1, EDIS2 e EDIS3).

Os dados revelaram que a professora esteve, nos diferentes momentos da aula, perguntando, questionando e indagando os alunos no decorrer do desenvolvimento da atividade, além de ter proferido explicações sobre os temas desenvolvidos, elucidado termos, conceitos e direcionando para a resolução e validação dos resultados. Os discentes realizaram perguntas, questionamentos e indagações, além de descreverem seus raciocínios, articulando ideias, e argumentar com outras colegas e a professora no desenvolvimento da atividade.

Por mais que haja indícios entre o que é de certa forma prescrito a ser feito por professores e alunos em concepções de Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática com o exposto nas análises, ainda é prematuro inferir que essas ações são as que caracterizam aulas em que essa tendência seja adotada.

Outra observação é sobre o momento histórico do contexto da pesquisa, a realidade de ensino remoto em que ocorreram as aulas não é o habitual em aplicações de atividades de Modelagem Matemática. Os próprios referenciais teóricos sobre a temática fazem referência à sala de aula como um ambiente físico, em que alunos e professores estão presentes, o que é diferente de quando cada um está em sua casa assistindo e participando da aula por meio de plataformas digitais. Mesmo que de maneira síncrona, podem existir limitações para que ações se diversifiquem.

Deixamos como sugestão analisar ações docentes e discentes no desenvolvimento de

atividades de Modelagem Matemática na modalidade presencial e expandir o campo de pesquisa para os diferentes níveis da Educação Básica.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. Contexto: São Paulo, 2012.

ARRUDA, S. M.; PASSOS, M. M.; BROIETTI, F. C. D. O Programa de Pesquisa sobre a Ação Docente, Ação Discente e suas Conexões (PROAÇÃO): fundamentos e abordagens metodológicas. **REPPE: Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino**, Cornélio Procópio, v. 5, n. 1, p. 215-246, 2021.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: o que é? Por quê? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 24., 2001, Caxambu. Anais [...]. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”. UNESP, Rio Claro, 1990.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BURAK, D. A formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com a modelagem matemática. **Pró-Mat/Paraná**, Curitiba, v. 1, p. 32-41, 1998.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – EPMEM**, 1, 2004. Londrina. Anais [...]. Londrina: EPMEM, 2004.

DIAS, M. P. **As ações de professores e alunos em salas de aula de matemática: categorizações e possíveis conexões**. 2018. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. UEL, Londrina, 2018.

DIAS, M. P. **Ações Docentes e Discentes em Aulas de Matemática no Ensino Fundamental: uma abordagem a partir do campo da formação de professores**. 2022. 221 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. UEL, Londrina, 2022.

HERMANN, W.; JUVANELLI, C.; COQUEIRO, V. S. Panorama de publicações sobre modelagem matemática em quatro periódicos da área de ensino. **RSD – Research, Society and**

Development, Vargem Grande Paulista, v. 9, n. 8, p. 1-26, 2020.

JUVANELLI, C. **Ações docentes e discentes em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Superior.** 2023. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. UEL, Londrina, 2023.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente.** Petrópolis: Vozes, 2008.

SCHÖN, D. **Formar professores como profissionais reflexivos.** In: NÓVOA, A. (org.). Os professores e a sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 77-91.