REBENA
Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem
ISSN 2764-1368
Volume 8, 2024, p. 467 - 478
https://rebena.emnuvens.com.br/revista/index

A Ludicidade dos Quadrados Mágicos como Estratégia para Superar Desafios no Ensino de Matemática

The Playfulness of Magic Squares as a Strategy to Overcome Challenges in Mathematics Education

Edel Alexandre Silva Pontes[1]

DOI: 10.5281/zenodo.16393191

Submetido: 17/01/2024 Aprovado: 05/05/2025 Publicação: 15/05/2024

RESUMO

O ensino da matemática tem enfrentado, historicamente, obstáculos relacionados à motivação dos alunos e à eficácia das metodologias tradicionais. Muitos estudantes desenvolvem sentimentos negativos em relação à disciplina, o que compromete o processo de aprendizagem. Diante disso, este artigo propõe o uso dos quadrados mágicos como recurso didático lúdico e investigativo, capaz de despertar o interesse e promover o raciocínio lógico, a percepção estrutural e o pensamento crítico. A partir de uma abordagem teórica e histórica, o estudo apresenta os principais conceitos, propriedades e formas de construção dos quadrados mágicos de ordem *n*, destacando sua relevância na promoção de um ambiente de aprendizagem mais interativo e significativo. Ao serem integrados às práticas pedagógicas, esses modelos matemáticos contribuem para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e para a construção de uma atitude mais positiva frente à matemática, tornando-a mais acessível, envolvente e próxima da realidade dos alunos.
Palavras-chave: ensino de matemática; quadrado mágico; aprendizagem lúdica; raciocínio lógico; prática pedagógica.

ABSTRACT

The teaching of mathematics has historically faced challenges related to student motivation and the effectiveness of traditional methodologies. Many students develop negative feelings toward the subject, which hinders the learning process. In this context, this article proposes the use of magic squares as a playful and investigative educational tool capable of stimulating interest while promoting logical reasoning, structural perception, and critical thinking. Based on a theoretical and historical approach, the study presents key concepts, properties, and construction strategies of *n*-order magic squares, highlighting their relevance in fostering a more interactive and meaningful learning environment. When integrated into pedagogical practices, these mathematical models contribute to the development of cognitive skills and to the formation of a more positive attitude toward mathematics, making it more accessible, engaging, and connected to students' realities.
Keywords: mathematics education; magic square; playful learning; logical reasoning; pedagogical practice.

[1] Pesquisador. Professor Titular do Instituto Federal de Alagoas. edel.pontes@ifal.edu.br

1. Introdução

O ensino de matemática, ao longo da história, tem enfrentado desafios significativos, especialmente no que diz respeito à motivação dos alunos e à eficácia das metodologias aplicadas em sala de aula. Diante disso, tem-se buscado estratégias que despertem o interesse e promovam o envolvimento ativo dos estudantes no processo de aprendizagem. Torna-se, portanto, imprescindível repensar a prática pedagógica, considerando que muitos estudantes desenvolvem sentimentos negativos em relação à matemática — que vão da angústia à fobia — sem que se compreendam, muitas vezes, as reais causas dessa rejeição à disciplina (Dos Santos Silva et al., 2022).

Nesse contexto, os desafios matemáticos ganham espaço como ferramentas pedagógicas promissoras. Essa busca por novas abordagens se justifica, entre outros fatores, pela dificuldade que muitos alunos apresentam em se engajar no aprendizado, frequentemente influenciados por métodos tradicionais e mecânicos, que pouco dialogam com sua realidade cotidiana e com as possibilidades oferecidas pelas tecnologias educacionais interativas e lúdicas (Pontes et al., 2022). Entre os principais fatores que comprometem a qualidade do ensino de matemática está o desinteresse dos alunos, frequentemente causado pela dificuldade em assimilar os conteúdos, o que tem motivado pesquisadores e educadores a buscarem alternativas para reduzir essa defasagem entre a prática escolar e a motivação discente (Pontes, 2021).

Os Quadrados Mágicos, estruturas numéricas milenares e cheias de propriedades interessantes, surgem como alternativa lúdica e investigativa. Eles oferecem possibilidades diversas de exploração de conceitos aritméticos, algébricos e geométricos, promovendo a interdisciplinaridade e o pensamento crítico. Este artigo se dedica ao estudo dos Quadrados Mágicos de ordem n, apresentando conceitos teóricos, aspectos históricos, propriedades fundamentais e estratégias para construção, com o intuito de sugeri-los como recurso didático na educação básica.

De acordo com estudos sobre o tema, um quadrado mágico de ordem n pode ser definido como uma matriz quadrada com n^2 inteiros organizados de modo que a soma dos elementos de qualquer linha, coluna ou diagonal principal resulte no mesmo valor, conhecido como constante mágica. Além disso, distingue-se do quadrado latino — que também é uma matriz de ordem n, porém formada por n^2 elementos distintos dispostos de modo que não se repitam nas linhas e colunas (Pontes et al., 2020).

Como destaca Gadotti (2013), a constância do resultado das somas nas linhas, colunas e diagonais desperta a curiosidade e o interesse dos estudantes, promovendo uma experiência matemática significativa, rica em descobertas e investigações.

Ademais, os Quadrados Mágicos carregam características inerentes aos jogos matemáticos, uma vez que favorecem a participação ativa dos estudantes por meio de desafios colaborativos, ao mesmo tempo em que resgatam elementos da História da Matemática, por serem instrumentos criados há séculos e que ainda preservam seu valor, atualidade e mistérios, incentivando múltiplas formas de resolução (Dos Santos & Baier, 2017).

2. Referencial Teórico

Segundo uma antiga lenda chinesa datada de 2200 a.C., o imperador Yu, o Grande, da dinastia Hsia, teria observado uma tartaruga sagrada com um casco marcado por nove números dispostos em três linhas e três colunas, formando o que hoje é conhecido como o Quadrado Mágico de Lo Shu (Figura 1). Essa figura possui a característica especial de que a soma dos números em todas as linhas, colunas e diagonais é sempre 15. Na cultura chinesa, esses números simbolizavam princípios fundamentais do universo, como o Yin e Yang, e estavam associados a elementos naturais, direções e planetas, o que conferia ao quadrado um significado místico e de boa sorte.

Figura 1: Quadrado Mágico de Lo Shu

4	9	2	◂ Cabeça
3	5	7	◂ Carapaça
8	1	6	◂ Cauda

Fonte: elaboração do autor

Na Idade Média, os quadrados mágicos passaram a ser utilizados como amuletos para proteção contra a peste negra, e ainda hoje são apreciados em diversas culturas, sendo usados como talismãs. Ao longo do tempo, essas figuras matemáticas se espalharam por diversas regiões do mundo, chegando ao Japão, à Índia e ao Oriente Médio, frequentemente associadas a propriedades esotéricas e simbólicas. Registros históricos indicam seu surgimento na Arábia no século IX e na Índia no século XI, além de sua presença em manuscritos hebraicos do século XII e na Europa no século XV, onde também ganharam importância espiritual, especialmente em culturas do Tibete, do sudeste asiático e do subcontinente indiano, onde ainda são utilizados como amuletos.

Na Europa, o conhecimento sobre quadrados mágicos chegou por meio do filósofo hispano-judeu Abraham Ibn Ezra, que traduziu obras árabes no século XII. Posteriormente, no século XIV, Manuel Moschopoulos publicou um tratado sobre o tema, e no século XVI, Heinrich Cornelius Agrippa associou quadrados mágicos a planetas em sua obra "De Occulta Philosophia". O pintor Albrecht Dürer também destacou a figura em sua famosa gravura "Melancolia" (1514), incluindo nela um quadrado mágico de ordem 4, que incorporava a data da obra.

Matemáticos renomados como Fermat e Euler se dedicaram aos estudos dos quadrados e cubos mágicos, buscando compreender suas propriedades, classificações e métodos de construção, evidenciando a importância e a riqueza dessa temática na história da matemática (Pontes et al., 2020). Atualmente, os quadrados mágicos estão presentes em aplicações nas mais diversas áreas. Além da matemática e das artes, são utilizados também na computação, física e engenharias, ilustrando, por exemplo, permutações em problemas matemáticos complexos, simetrias e leis de conservação na física, modelagem de sistemas quânticos e algoritmos de otimização em engenharia, bem como geração de números aleatórios e criptografia na ciência da computação (De Paula Araújo, Loiola & Martins, 2024).

3. Metodologia

Este trabalho se caracteriza como uma pesquisa de natureza teórica e exploratória. A metodologia adotada baseia-se na revisão de literatura sobre Quadrados Mágicos e na construção prática de quadrados de diferentes ordens, tanto ímpares quanto pares, utilizando algoritmos clássicos específicos para cada caso. A ideia central é apresentar técnicas sistematizadas de construção desses quadrados, destacando suas propriedades matemáticas, em especial o teorema da constante mágica, que determina a soma comum em linhas, colunas e diagonais.

Trata-se de uma abordagem que, por um lado, busca se aprofundar na análise conceitual do tema a partir de referenciais teóricos consolidados, sem recorrer a experimentações empíricas, e, por outro, procura explorar os fenômenos observados ao longo da investigação, com o intuito de orientar futuros desdobramentos da pesquisa com maior precisão (Praça, 2015). A proposta é explorar essas construções como atividades matemáticas com potencial pedagógico, promovendo uma aprendizagem ativa, investigativa e o desenvolvimento de competências matemáticas relevantes, como o raciocínio lógico, a percepção de padrões e a resolução de problemas.

4. Resultados e discussão

Um quadrado mágico de ordem n é uma matriz quadrada na qual cada número aparece uma única vez, e a soma dos elementos de cada linha, cada coluna e das duas diagonais principais resulta sempre em uma mesma constante, chamada de constante mágica $\mathrm{S(n)}$.

Essa uniformidade nas somas impõe restrições lineares entre as linhas e colunas da matriz. Sob a ótica da Álgebra Linear, isso significa que não é possível que todas as linhas (ou colunas) sejam linearmente independentes, uma vez que há, inevitavelmente, ao menos uma relação de dependência linear entre elas. Em decorrência dessas restrições, os vetores linha (ou coluna) de um quadrado mágico não formam uma base completa do espaço $\mathbb{R}^n$, pois existe pelo menos uma combinação linear não trivial entre eles, induzida pela condição de soma constante imposta pela estrutura mágica da matriz.

Considere as linhas como vetores em $\mathbb{R}^n$. Se todas as linhas somam M, então:

$$\sum_{i=1,n} L_i = [M, M, \ldots, M].$$

A soma vetorial das linhas resulta num vetor que é proporcional ao vetor $[1, 1, 1, 1, \ldots, 1]$ o que implica uma relação linear entre elas. Desta forma, elas não são todas independentes.

Teorema da Constante Mágica: Seja um Quadrado Mágico de ordem n, então $\mathrm{S(n)} = \frac{\mathrm{n(n^2+1)}}{2}$.

Prova: Sejam $1, 2, 3, \cdots, \mathrm{n}^2$ os n^2 primeiros números inteiros positivos. Se k é a soma de uma coluna, então $\mathrm{S(n)} = \mathrm{kn}$, Ora, $\mathrm{S(n)} = 1 + 2 + 3 + \cdots + \mathrm{n}^2$, daí, $2\mathrm{S(n)} = (1 + \mathrm{n}^2) + (1 + \mathrm{n}^2) + (1 + \mathrm{n}^2) + \cdots + (1 + \mathrm{n}^2)$, ou seja, $2\mathrm{S(n)} = (1 + \mathrm{n}^2)\mathrm{n}^2 \rightarrow \mathrm{S(n)} = \frac{(1+\mathrm{n}^2)\mathrm{n}^2}{2} \rightarrow \mathrm{kn} = \frac{(1+\mathrm{n}^2)\mathrm{n}^2}{2} \rightarrow \mathrm{k} = \frac{(1+\mathrm{n}^2)\mathrm{n}}{2}$ ■

3	**4**	**5**	**6**		**10**	...	$\mathbf{n^2}$
15	34	65	111	...	505	...	$\frac{(1+\mathrm{n}^2)\mathrm{n}}{2}$

Fonte: elaboração do Autor.

4.1. Método de Resolução de um quadrado mágico de ordem ímpar

Segundo Andrews (1960), os quadrados mágicos compostos por um número ímpar de células costumam ser elaborados por métodos distintos daqueles empregados na construção de outros quadrados com igual quantidade de células.

A *Regra do Cavalo* é um método clássico para construir quadrados mágicos de ordem ímpar, baseado em um movimento sistemático semelhante ao salto do cavalo no xadrez. O processo segue os passos abaixo:

Considere um quadrado mágico de ordem ímpar (n ímpar).

Inicie posicionando o número 1 na célula central da primeira linha (linha superior). A partir daí, para colocar os números seguintes $(2, 3, 4, 5, \ldots, n^2)$, aplique a seguinte regra de movimentação: Suba uma linha (movendo-se para cima); desloque-se uma coluna à direita. Repita esse padrão para cada novo número, respeitando as seguintes regras de exceção:

I. Se o movimento "sobe uma linha" levar para fora da parte superior do quadrado, retorne à última linha (parte inferior), permanecendo na mesma coluna.

II. Se o movimento "direita uma coluna" ultrapassar o limite do lado direito, continue pela primeira coluna da mesma linha.

III. Se a célula de destino já estiver preenchida, posicione o próximo número imediatamente abaixo da última posição válida (ignora-se o movimento padrão neste caso).

Esse método é eficiente e garante a construção correta de qualquer quadrado mágico de ordem ímpar, mantendo a constante mágica em todas as linhas, colunas e diagonais.

Neste estudo, tomaremos como referência o quadrado mágico de ordem 3 (Quadro 1 e Figura 2), e apresentaremos sua construção de forma detalhada, etapa por etapa, empregando a chamada *Regra do Cavalo* — uma técnica clássica e engenhosa que se baseia em deslocamentos inspirados no movimento do cavalo no xadrez. Esse procedimento possibilita o preenchimento sistemático da matriz, assegurando que a constante mágica $(S(3) = 15)$ seja mantida em todas as linhas, colunas e diagonais.

Quadro 1: Posições (linha, coluna) de um quadrado mágico de ordem 3

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)

Fonte: elaboração do autor

Figura 2: Resolução dos Quadrados Mágicos de ordem 3, pelo método do cavalo

Nº	Ação	Posição
1	Coloca 1	(1,2)
2	Sobe → (3,2) → direita (3,3)	(3,3)
3	Sobe → (2,3) → direita (2,1)	(2.1)
4	Sobe → (1,1) → direita (1,2)	Ocupada! Vai para (3,1)
5	Sobe → (2,1) → direita (2,2)	(2,2)
6	Sobe → (1,2) → direita (1,3)	(1,3)
7	Sobe → (3,3) → direita (3,1)	Ocupada! Vai para (2,3)
8	Sobe → (1,3) → direita (1,1)	(1,1)
9	Sobe → (3,1) → direita (3,2)	(3,2)

-	1	-
-	-	-
-	-	-

-	1	-
-	-	-
-	-	2

-	1	-
3	-	-
-	-	2

-	1	-
3	-	-
4	-	2

-	1	-
3	5	-
4	-	2

-	1	6
3	5	-
4	-	2

-	1	6
3	5	7
4	-	2

8	1	6
3	5	7
4	-	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Fonte: elaboração do autor

4.2. Método de resolução de um quadrado mágico de ordem par na forma $n = 4k$

O Método de fronteiras funciona muito bem para quadrados de ordem $n = 4k$ (4, 8, 12, 16, 20, ...). O processo segue os passos abaixo:

Considere um quadrado mágico de ordem par do tipo $n = 4k.$ Preencha o quadrado com os números de 1 a n^2, na ordem natural (linha por linha). Em seguida, inverta os valores de algumas posições específicas, geralmente: As diagonais principais (da esquerda para a direita e da direita para a esquerda). Invertem-se os valores das diagonais principais com seus complementares em relação a n^2+ 1. O complementar de um número x é $(n^2$+ 1) - x.

Neste estudo, tomaremos como referência o quadrado mágico de ordem 4 e apresentaremos sua construção de forma detalhada, etapa por etapa, utilizando o chamado *método da fronteira*. Esse método consiste em posicionar os números de forma estratégica nas bordas do quadrado, seguindo regras específicas que possibilitam a obtenção das somas mágicas ($S(4) = 34$) em todas as linhas, colunas e diagonais. Ao longo da exposição, exploraremos cada fase do processo, evidenciando a lógica por trás da disposição dos elementos e demonstrando como o equilíbrio numérico característico dos quadrados mágicos é alcançado por meio dessa técnica.

Preencher a matriz de 1 a 16 na ordemb natural:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Fonte: elaboração do autor

Inverter os seguintes valores (posição a posição): Agora, inverter: 1 → 16; 4 → 13; 6 → 11; 7 → 10; 10 → 7; 11 → 6; 13 → 4 e 16 → 1.

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

Fonte: elaboração do autor

Quadrado mágico final:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Fonte: elaboração do autor

4.3. Método de resolução de um quadrado mágico de ordem par não múltiplos de 4

O método de Strachey é uma técnica eficaz para construir quadrados mágicos de **ordem par não dupla** (ou seja, ordens como 6, 10, 14...), que não se encaixam diretamente nos métodos usados para ordens ímpares ou pares duplas (como 4, 8, 12...). Divide-se o quadrado em sub-blocos (como quadrados de ordem ímpar ou de ordem 4). Constrói-se quadrados mágicos menores dentro dessas divisões. Aplica-se uma regra de transposição entre blocos para garantir que a constante mágica se mantenha.

Neste estudo, tomaremos como referência o quadrado mágico de ordem 6, com $S(6) = 111$, e apresentaremos sua construção de forma detalhada, etapa por etapa, utilizando o chamado método de Strachey. O método consiste em: Dividir o quadrado em quatro quadrantes de ordem 3. Construir um quadrado mágico de ordem 3 em cada quadrante. Fazer ajustes nas posições dos blocos para equalizar as somas. Esse método é mais técnico e costuma ser feito com apoio de planilhas ou algoritmos.

1	2	3	10	11	12
4	5	6	13	14	15
7	8	9	16	17	18
19	20	21	28	29	30
22	23	24	31	32	33
25	26	27	34	35	36

Fonte: elaboração do autor

Usaremos como base o quadrado mágico de ordem 3, com $S(3) = 15$, e a ele vamos adicionar múltiplos de 9 para preencher os blocos com os números de 1 a 36.

8	1	6	17	10	15
3	5	7	12	14	16
4	9	2	13	18	11
26	19	24	35	28	33
21	23	25	30	32	34
22	27	20	31	36	29

Fonte: elaboração do autor

Se faz necessário fazer ajustes nas posições dos blocos para equalizar as somas.

35	1	6	26	19	24
3	32	7	21	23	25
31	9	2	22	27	20
8	25	33	17	10	15
30	5	34	12	14	16
4	36	29	13	18	11

Fo

nte: elaboração do autor

Conhecer os métodos de resolução de quadrados mágicos é fundamental não apenas para compreender suas propriedades matemáticas, mas também para explorar estratégias de ensino que estimulem o pensamento lógico, a concentração e a resolução de problemas. Ao incorporar essa atividade de forma recorrente nas bancas escolares da educação básica, é possível fortalecer significativamente as habilidades cognitivas dos estudantes, promovendo um ambiente de aprendizagem mais ativo, criativo e investigativo. Além de favorecer o domínio de conteúdos como aritmética, álgebra e geometria, o trabalho com quadrados mágicos incentiva a organização do raciocínio, a autonomia intelectual e o prazer pela descoberta, contribuindo para uma formação matemática mais sólida e significativa desde os primeiros anos de escolarização.

5. Considerações Finais

Os quadrados mágicos revelam-se como poderosas ferramentas didáticas, capazes de despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes, ao mesmo tempo em que promovem o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção estrutural da matemática. Ao proporcionar um ambiente de aprendizagem lúdico e investigativo, sua construção favorece a compreensão de conceitos matemáticos muitas vezes tidos como abstratos ou distantes da realidade dos alunos. Além disso, qualquer proposta metodológica que contribua para transformar e aprimorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática merece ser explorada, pois permite refletir sobre os reais impactos que essas abordagens podem oferecer à construção do conhecimento (Pontes & Pontes, 2020).

Neste contexto, espera-se que a utilização de modelos como os quadrados mágicos em sala de aula contribua não apenas para o fortalecimento de habilidades cognitivas, mas também para a formação de uma atitude positiva frente à matemática. Ao explorar estruturas numéricas que mesclam beleza, simetria e lógica, o estudante pode encontrar sentido na disciplina, sendo incentivado a continuar sua jornada de aprendizado em busca de soluções e aplicações significativas para os desafios que o cercam.

Referências

ANDREWS, W. S.. **Magic squares and cubes**. New York: Dover Publications, Inc., 1960.

DE PAULA ARAÚJO, Judith; LOIOLA, Caroline Rodrigues; MARTINS, Mariana Petermann. Notas sobre os Quadrados Mágicos Generalizados de ordem 4x4. **Intermaths**, v. 5, n. 2, p. 106-116, 2024.

DOS SANTOS, Ivan Alvaro; BAIER, Tânia. **Quadrados mágicos e mediação simbólica: trabalhando jogos didáticos e história da matemática à luz da teoria histórico-cultural.** In: VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática – 2017. 2017.

DOS SANTOS SILVA, Bruno Henrique Macêdo et al. Jogos Matemáticos como Ferramenta Educacional Lúdica no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Educação Básica. **Rebena-Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, v. 4, p. 246-254, 2022.

GADOTTI, A. C. et al. **Quadrados Mágicos**, 2013.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Ressignificação teórica para a interpretação de um modelo matemático por meio do tempo lógico de Jaques Lacan. **REMATEC**, v. 16, p. 184-196, 2021.

PONTES, Edel Alexandre Silva et al. Uma Análise Matemática Particular das Características Essenciais de Quadrados Mágicos de ordem ímpar: Uma Sugestão Pedagógica no Processo de

Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Revista Técnico-Científica do IFSC,** v. 10, p. 45-45, 2020.

PONTES, Edel Alexandre Silva; PONTES, Edel Guilherme Silva. Isomorfismo Básico Estrutural na Resolução de Problemas: A Similaridade entre a equação x+ y+ z= 15, o Jogo da Velha e o Quadrado Mágico no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 9, n. 17, p. 31-38, 2020.

PONTES, Edel Alexandre Silva et al. Desafios matemáticos em sala de aula: uma prática metodológica para ensinar e aprender Matemática através da resolução de problemas. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 8, p. e50711830901-e50711830901, 2022.

PRAÇA, Fabíola Silva Garcia. Metodologia da pesquisa científica: organização estrutural e os desafios para redigir o trabalho de conclusão. **Revista Eletrônica "Diálogos Acadêmicos**, v. 8, n. 1, p. 72-87, 2015.